Q１：「物理Ⅰや物理Ⅱを高校で履修していないのですが，大学での勉強は大丈夫でしょうか？」

（アドバイス）

物理学は科学や工学の基礎になる科目ですから，理学部や工学部の多くの学科で必要です．また，物理の基本のひとつは力学ですから，大学入学前までに，すくなくとも力学の初歩の準備が必要です．以下の FAQ のアドバイスにしたがって高校用の物理の参考書などで力学の初歩（変位，速度，加速度，$s-t$図，$v-t$図，等加速度直線運動，力，運動の法則，力学的エネルギーなど）を学習しておきましょう．その後さらに，運動量保存の法則・波動・熱・電気磁気・原子などの基本的な学習もしておくことが望まれます．

大学入学後は入門物理の講義を受講してください．入門物理では物理の基本部分である力学の初歩を学習します．また，講義での基礎的な疑問は学修支援センターを遠慮なく訪れて質問してください．ただし，答えだけを聞きに来るのは，せっかくの学力向上のチャンスを逃してしまいます. 間違っていてもかまいませんから, 自分なりの考えを持って来室することを薦めます. 入学前の準備と入学後の学習で，きっと大学での勉強のよいスタートが切れるはずです．

Q2：「物理の勉強の仕方がよくわかりません．どのようにすればよいのでしょうか？」

（アドバイス）

高校や大学の授業を優先し，予習した上でしっかり聞き，宿題などで復習も必ずやってください．このとき次のような点に気をつけて学習するとよいでしょう．

① 目だけで学習しない．紙と鉛筆を使用し，手を動かして考える．
② 問題内容をなるべく正確で簡潔な図に表して考える．
③ 単位に注意して学習する．単位が分かれば物理量の定義も身につく．
④ 法則や公式は暗記以上にどのようにして出てきたかを身につけることが重要である．
⑤ 教科書や講義で取り上げられた例題を何度も解き，習熟しておく．
⑥ 物理学は面白くなるまで時間がかかるが，「習うより，慣れろ」を信条とすること．
⑦ 疑問があれば，学修支援センターや講義担当の先生などに必ず質問する．
⑧ 文字計算，指数計算，三角関数，ベクトル，微分，積分などの基礎的な高校数学を習得せよ．大学の物理ではこれらの数学を道具として多用する．
⑨ 計画を立て，勉強を習慣づけ，継続することが必要．
⑩ 教えあい，議論しあいながら，ともに向上できる友人をつくれ．

《以下の FAQ は学修支援センターを訪れた人のうち，高校で物理を履修していない 1 学年生の物理に関する質問トップ 10 の問題例を改題したものです．　入学前に，アドバイスにしたがって，何度も自力で解いて習熟しておいてください．なお，詳しい説明は参考書に譲ります.》

Q3：「360ｄℓ／ｈで漏水をしている水道がある．この量を国際単位系で表せ.」

（アドバイス）　単位換算の問題です．

ｄという記号はデシと読み,「単位の倍数」とか「単位の接頭語」と言われるものの仲間で, 10^{-1} 倍せよということを意味します．これ以外の単位の接頭語についても，記号や意味を調べて覚えておいてください．1ℓは 10^{-3} cm^3，１ｈは１時間という意味です.「／」という記号は毎もしくはパーと読み，分数の括線（横棒）をあらわしています．

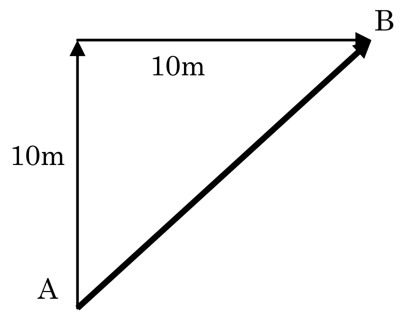
次に，国際単位系（SI 単位系）とは，長さの単位を 1 m，時間の単位を 1 秒（1 s と書きます），質量の単位を 1kg にとる単位系です．他の物理量の SI 単位については，参考書などで調べてみてください．物理では SI 単位系を使用するのが原則です．

答え：1.00×10^{-5}　m^3／s です．つまり，1 秒間当たり 10 万分の 1 立方メートルの速さで漏水していることになります．

Q4：「**ある地点 A から物体が北向きに 10m 移動した後，東向きに 10m 移動し B 点に来た．物体の最初の位置からの変位を答えよ．**」

（アドバイス）

「変位」とは最初にいた点（始点）から移動した最後の点（終点）までの向きと距離を表したものです．向きと大きさを持つ量を「ベクトル量」といい，高校数学で学習するように，矢印で図示できます．物理では速度，加速度，力など，ベクトル量がたくさん登場します．なお，大きさだけで表せる量を「スカラー量」といいます．



北向きを上にとって Q4 の問題文を用紙に図示してみると右図のようになります．（10m を適当な長さ，たとえば長さ 10cm で描いてください．）すなわち，最初の北向きの変位ベクトルの始点 A から，継ぎ足した東向きの変位ベクトルの終点 B へ向けて引いた矢印が答えの変位ベクトルになります．この図から，次の答えが得られます．　答え：北東（北よりから 45°）の向きに$10\sqrt{2}$ m

（注）物理の答えは数値で答える場合には小数点で答えなければなりませんから 14mもしくは 14.1mなどと書くほうがよいのですが，ここでは平方根を使いました．何桁まで答えればいいかは，実験などでは，有効数字の問題として重要になります．大学の実験などで習得してください．

（補足）ベクトルの和を求めるには，上に述べた三角形の法則と平行四辺形の法則があります．

Q5：「**ある地点 A から東向きに 5m，物体が移動した後，西向きに 10m 移動して B 点に来た．このとき，移動に 10 秒を要した．物体の平均の速度を答えよ．**」

（アドバイス）

「平均の速度」とは変位を移動に要した時間で割ったものです．平均という言葉がついているのは，途中でスピードや進む向きを物体が変化させている可能性があるのですが，それを考慮せず，結果の変位と要した時間だけで表しているからです．変位は向きと大きさをもつ量で，時間は向きを考えないスカラー量ですから，平均の速度も向きと大きさをもつベクトル量です．その大きさを「平均の速さ」と呼びます．平均の速度の向きは変位と同じになります．

Q5 の問題は物体が直線上を運動していますから，その運動は「直線運動」と呼ばれます．直線運動では，運動の方向に座標軸を置き，向きを正負で表現すると便利です．たとえば，Q5 では座標原点を A 点とし，東向きを正に取ると最初の変位は+5 m，後のほうの変位は－10mとなり，求めなければならない変位はこの和から求まり，－5 mとなります．負ですから，全体の変位は西向きです．この長さが移動距離ですから，それを 10 秒で割ると平均の速さが求まります．このように，図示しなくても計算で答えが出せるので，座標を使って運動を考えることも大切です．しかしながら，初歩の学習では，イメージを育てるために，図も描いて考えてください．

答え：西向きに 0.5m/s

Q6:「**直線運動をしている物体の速度 v が，$v=10t-15$ であらわせる．t は時刻である．このとき，次の問いに答えよ．**

(1) t=0 s から t＝10 s までの $v-t$ 図を描け．

(2) この物体の加速度を答えよ．

(3) t=0 s から t＝1 s までの変位を答えよ．

(4) t=0 s から t＝3 s までの $s-t$ 図を描け．」

（アドバイス）

（１）　「$v-t$　図」とは横軸に経過時間 t，縦軸に物体の速度（直線運動を扱うから正負で向きを表す）v をとり，物体の運動の様子をグラフであらわしたもので，とても重要なものです．Q6 では速度と時間の関係が式で与えられていますから，簡単に描けるでしょう．なお，速度の英単語は velocity です．速度を表す文字は，その頭文字の v を使うわけです．

答え：傾き 10，縦軸との切片が－15 の直線を図示したもの．

（２）　物体が運動するとき一般には時々刻々に速度（速さと向き）が変化しています．このとき，速度変化（これもベクトル量です）を，その変化に要した時間で割ったものを「平均の加速度」といいます．これも向きと大きさをもつベクトル量です．

直線運動の場合の平均の加速度を式に表してみましょう． 時刻 t_1 に速度 v_1 であった物体が，その後の時刻 t_2 で速度 v_2 になった場合，速度変化は v_2-v_1 です．時間が後の量から前の量を引いていることに注意しましょう．量を表す文字の前にギリシャ文字のデルタ⊿をつけて変化量を表す記法がしばしば物理や数学では使われます．今の場合の速度変化は⊿ v でこれは v_2-v_1 のことです．次に，経過時間も時間の変化量であり，⊿ $t=t_2-t_1$ とあらわせます．　以上の記法を使えば，平均の加速度は次式で表せます．なお，加速度の文字は a を使用します．速度の英単語 acceleration の頭文字です．

$$a=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad \text{----(1)}$$

加速度の単位は(1)式から，1m/s^2 で 1 メートル毎秒毎秒と読みます．

(1)式で計算すれば，問（２）の答えがすぐでてきますが，問(1)で描いた $v-t$ 図から，計算をしなくても答えがすぐに分かります．グラフの横軸方向の変化量（経過時間）で縦軸方向の変化量（速度変化）を割ったものがグラフの傾きです．すなわち，上の計算式で求まる加速度は直線グラフの傾きの 10 m/s^2 になります．直線ではどの部分の傾きも同じですから一定の加速度で物体は運動しているのです．このように一定の加速度で直線運度する場合を「等加速度直線運動」といいます．　以上の事柄から次の重要な知識が得られました．

> 等加速度直線運動の $v-t$ 図は直線であり，その傾きは加速度です．
> なお，一般の直線運動では $v-t$ 図は曲線になりますが，ある時刻のグラフの接線の傾きがその時刻の「瞬間の加速度」を表します．（説明はここでは省略します．）

なお，(1)式で⊿ $t\to 0$ と経過時間を 0 の近づけた極限のものは「瞬間の加速度」で，数学では微分と呼ばれる計算にあたります．今の例では v の式を t で微分して，簡単に加速度 10 m/s^2 が求まります．大学物理では速度，加速度は微分で行うのが常識になります．

答え：(1)式，もしくは $v-t$ 図を表す式 $v=10t-15$ から，10 m/s^2（向きは正）

（３）　上の性質に加えて，$v-t$ 図の重要な性質として次のものもあります．

$v-t$ 図と t 軸にはさまれる部分の面積はその時間間隔の間の物体の変位 s である．

これは等速直線運動の $v-t$ 図を考えれば納得できます．面積が（速度）×（経過時間）なので変位になるからです．一般の運動の場合の説明は省略します．なお，グラフと時間軸に囲まれる面積を求めるのに，大学では定積分という計算をします．

答え：　（1）で描いたグラフの面積から，－10m．すなわち負方向に 10m だけ変位．

（４）「$s-t$ 図」とは，横軸に経過時間 t，縦軸に物体の変位 s（直線運動では正負で向きを表せる）をとり，物体の運動の様子をグラフであらわしたものです．

問（3）の $v-t$ 図の性質が，今の問いに使えそうです．等加速度直線運動の $v-t$ 図は加速度を意味する傾きが一定なので，直線です．その直線の式は次のように書けるでしょう．

$$v=at+v_0 \quad \text{---- (2)}$$

a は加速度で直線の傾き，v_0 は $t=0$ s のときの物体の速度（初速度とよびます）で，v 軸を直線が横切る切片です．

さて，(2)式で表された直線から任意の時刻 t までの t 軸と囲む面積が，その間の変位になるのですから，図を描いて考えれば，変位は次式で表されることが分かります．

$$s=\frac{1}{2}at^2+v_0t \quad \text{----(3)}$$

この式は等加速度直線運動の $s-t$ 図が放物線であることを意味しています．(2)と(3)式から，t を消去すると，次式を得ます．（途中計算を行ってください．）

$$v^2-v_0^2=2as \quad \text{----(4)}$$

(2),(3),(4)式は等加速度直線運動の重要公式です．

答え：$v=10t-15$ からわかる，a=10，$v_0=-15$ を，(3)式に代入した式を求めると，$s=5t^2-15t$　となり，$t=1.5$ で最小値 $s=-11.25$ をもつ下に凸の放物線です．ただし，時間の区間は[0,3]です．単位は省略しました．（どんな単位がつくか考えてみてください．）

（重要な補足）　$s-t$ 図には次の重要な性質があります．

等速度直線運動の $s-t$ 図は直線になり，その傾きは速度です．（以下の解説を参照） 一般の直線運動では $s-t$ 図は曲線になりますが，ある時刻のグラフの接線の傾きがその時刻の「瞬間の速度」を表します（説明はここでは省略）

（解説）．等速で一定向きに動くわけですからから t 秒後には物体は（速度）×（経過時間）だけ最初の変位の位置から変位します．これを式で表したのが，$s=vt+s_0$ です．s は等速度直線運動の変位，s_0 は $t=0$s の時刻での物体の原点からの変位で初期位置を表しています．この式からわかるように，等速度直線運動の $s-t$ 図は直線となります．この直線の傾きは v になることも数学の知識からすぐ分かるでしょう．

Q7：「傾斜角が θ の滑らかな斜面に，質量 10kg の物体がそっと置かれた．

（１）　この物体にはたらく重力はいくらか，またその向きを答えよ．

（２）　重力を斜面と平行方向と斜面垂直方向の分力に分解し，図示せよ．また，各分力の大きさを答えよ．

（３）　垂直抗力はいくらか.

（４）　斜面に沿って上向きに手で支えて物体を静止させるには，手の力はいくら必要か.」

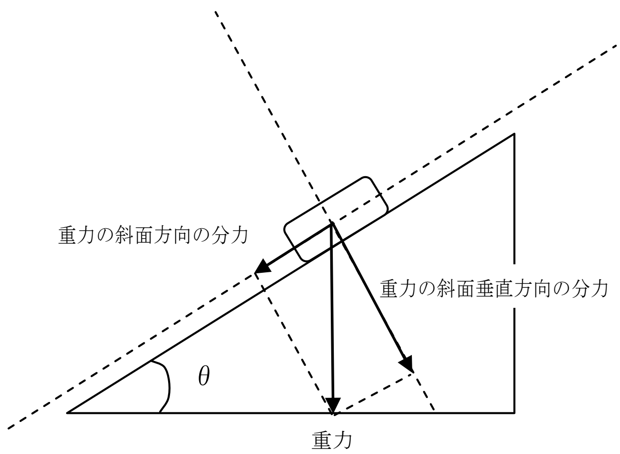
（アドバイス）

（１）　質量を持つものどうしには，互いに相手を引きあう力がはたらきます．これを「万有引力」といいます．ニュートンによれば，万有引力の大きさは，互いの質量の積に比例し両物体間の距離の二乗に反比例します．地球などの巨大な質量を持つ天体の近くでは，この力が大きくなり目立ちます．天体上の質量を持つ物体には，この万有引力と天体の自転による遠心力との合力が作用していると考えられます．この合力を「重力」と呼んでいます．また，私たちは重力の大きさを重さと呼んでいるのです．重力の向きは，ほぼ地球中心を向く向きで，この向きを「鉛直下向き」と呼びます．このように，重力などの力は大きさと向きをもつベクトル量です.

質量 m を２倍，３倍にふやすと重さも比例して２倍，３倍になることは直感的に分かると思います．比例定数を g と書くと質量 m の物体に作用する重力の大きさ w は　$w=mg$　と書けます．この g は重力加速度と呼ばれる量で，地球表面での標準値は $g=9.8\ \mathrm{m/s^2}$ であることが実験から分かっています．w の単位は $1\mathrm{kg\cdot m/s^2}$ ですが，これを１N（ニュートン）とまとめて呼び，重力などの力の単位とします．（Q8 の運動方程式を参照してください.）

答え：重さは　98N,　 向きは鉛直下向き

（２）　図のように,斜面平行方向と斜面垂直方向に垂直に重力を表す矢印の影を落とせば，重力を分解でき，各「分力」が図示できます．分解に現れた長方形は平行四辺形ですから,得られた分力の「合力」を平行四辺形の法則で求めれば,元の重力が再現さることから,この分解が正しいことがわかります.この重力の分解の図中に表れた三角形は斜面の直角三角形と相似であることも，すぐ証明できます．このことから，三角比を使って，重力の大きさを mg とすると，



重力の斜面平行方向の分力の大きさは　$mg\sin\theta$

重力の斜面垂直方向の分力の大きさは　$mg\cos\theta$　　となります.

（そうなることを確かめてください.）

答え：重力の斜面平行方向の分力の大きさは　$98\sin\theta$ ［N］

重力の斜面垂直方向の分力の大きさは　$98\cos\theta$ ［N］，図は上図.

（注意）図において，物体に３力かかっていると考えてはいけません．重力のみが作用していると考えるか，分力２つが作用していると考えなければなりません.

（３）　重力の斜面垂直方向の分力は斜面垂直方向に物体を運動させようとするはたらきを持っていますが，斜面が硬い場合には斜面に沈み込んでいきません．これは斜面から物体に重力の斜面垂直方向の分力と逆向きに同じ大きさ $mg\cos\theta$ の力が作用して,斜面垂直方向の合力を 0 にしているからだ，と考えられます．この力を「垂直抗力」と呼びます．このように合力を取ると 0

になる力を「つりあいの関係にある力」といいます.　　　　　　答え：　　$98\cos\theta$ ［N］

（4）　垂直抗力と重力の斜面垂直方向の分力の合力は 0 ですから，もう考えなくてよくなりました．残るのは重力の斜面平行方向の分力だけです．この分力は物体を斜面方向下向きに運動を引き起こそうとする働きを持っています．今考えている斜面は滑らかですから斜面からのブレーキとなる力（これを摩擦力といいます）が，ありませんから物体はこのままでは斜面に沿って下へ滑り落ちてしまいます．合力を 0 にするつりあいの力が必要です．これが手の物体を押す力で，もちろん，重力の斜面平行方向の分力と逆向きで同じ大きさ　$mg\sin\theta$ の力が必要になります．

答え：　$98\sin\theta$ ［N］

Q8 :「ニュートンの運動の 3 法則とは何ですか？」

（アドバイスと答え）　ニュートンが見つけた，物体の運動を支配する法則で 3 つの法則からなります．物理ではとても重要な法則です．

（1）ニュートンの運動の第 1 法則（慣性の法則）:

> 物体に力が作用していないか，作用していてもつりあっていれば，物体は静止し続けるか，等速直線運動をつづける．

力，あるいは合力が 0 ですから，物体の運動に何の変化も生じないのです．第 1 法則はしばしば「慣性の法則」とも呼ばれます．

（2）　ニュートンの運動の第 2 法則（運動方程式）:

> 物体に作用している力の合力が $\boldsymbol{F}$ であるとき，物体に生じる加速度 $\boldsymbol{a}$ は合力 $\boldsymbol{F}$ の向きと同じで，加速度の大きさに比例し，物体の質量 m に反比例する　質量の単位を 1kg，加速度の単位を 1m/s^2，力の単位を 1N=1kg・m/s^2 にとれば，$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$ と表せる．この式をニュートンの運動方程式という．

前半は実験事実として受け入れておきましょう．それを式で表すと，比例定数を k として，

$$\vec{a}=k\frac{\vec{F}}{m}$$

ここで合力と加速度はベクトルですから文字の上に矢印をつけて書いておきました．大学では上の四角枠の中の $\boldsymbol{a}$ や $\boldsymbol{F}$ のように太文字であらわすこともあるので注意してください．k と m は向きをもたないスカラー量ですから，加速度と合力は同じ向きを向いているわけです．扱う力は，物体に作用しているすべての力の合力であることに注意してください．さて，比例定数 k は次のようにすれば，単位のない，ただの 1 と置けます．加速度の単位を 1 m/s^2，質量の単位を 1kg とし，合力の単位を 1kg・m/s^2 すなわち 1N にとればよいのです．あとは式を変形すれば，「運動方程式」がえられます．重力も mg のように，質量と加速度の積で表せます．

運動方程式で力を 0 にしてみると，加速度が 0 になります．加速度は速度の変化の速さでしたから，速度変化がないことになります．つまり，慣性の法則がいえました．

また，同じ大きさの合力を加えても質量が大きい物体ほど加速度が小さく運動の変化が起こりにくいことも，運動方程式からわかるでしょう．

（３） ニュートンの運動の第３法則（作用反作用の法則）:

> 物体Ａから物体Ｂに力が作用するとき，物体Ｂからも物体Ａに同一作用線上で向きが逆で大きさの等しい力が作用する．

例えば，床を垂直に足の力 $\boldsymbol{F}$ で蹴ると，蹴った力と同じ線上で逆向きに大きさが等しい力が床から足にはたらくのです．鉛直下向きを正にとると，$-\boldsymbol{F}$ とかけます．$\boldsymbol{F}$ を「作用の力」と呼ぶとき，$-\boldsymbol{F}$ は「反作用の力」と呼ばれます．この反作用の力によって飛び上がれるのです．

ここで，作用と反作用の合力をとると $\boldsymbol{F}+（-\boldsymbol{F}）=0$ になるから，飛び上がれないはずだ，と考えてはいけません．床と人を別々のものとみるとき，作用の力と反作用の力の合力を取ってはいけないのです．各力が何から何に働いているのかを考えれば，このことは明らかです．今の例で考えれば，$\boldsymbol{F}$ は**（足から床へ）**かかる力で，$-\boldsymbol{F}$ の方は**（床から足へ）**かかる力です．力を与えているものと力を受けているものが入れかわっていることに注意してください．他のものが受けている力を足して考えても意味がないわけです.「作用反作用の法則」は物体にはたらく力を見抜く助けになり，運動方程式を立てるときにも役に立ちますが，考えている物体に作用する力だけを見抜いていかなければ，運動方程式自体がでたらめなものになってしまいます．ミスを防ぐために，**（何から何へ）**かかる力なのかを常に考える癖をつけてください．

（参考）第２法則で述べたように，第２法則から第１法則が出てきますから，第１法則は不要なのではないかと思うかもしれません．実は，第１法則は慣性系と呼ばれる運動方程式が成立する系を規定しているのです．興味のある人は，大学入学後，さらに勉強してみてください．

Q9 :「質量 5kg の物体を 10m/s の速さで，高いところから水平方向に投げ出した.

（１） 物体の運動方程式を立てて，物体の加速度を求めよ.

（２） ２秒後の速度を求めよ.

（３） ２秒後の最初の位置からの変位を求めよ.」

（アドバイス） 「水平投射」と呼ばれる問題です．運動方程式をマスターする第一歩です.

（１）運動方程式を立てる手順を説明しましょう.

> (手順１） 必要な座標軸を図示する．このとき，初速度がある場合には，初速度の向きに軸の向きを正にとる．初速度が 0 になる場合は，運動を生じる向きに軸の向きを正にとる．物体が平面運動をするときには，その軸に垂直にもうひとつ軸をとる． 軸をとったら，初速度のベクトルを描きいれる．

座標軸は正負の目盛りを打った『ものさし』とみなしてやってください．ものさしの置き方に自然現象は左右されるはずはないので，どのように座標軸をとってもよいのですが，上の手順のようにとると，運動方程式が立てやすく，ミスも少なくなります.（実は，Q7 の図の座標軸もこの手順に準じました.）物体が直線運度をしているときは，運動の様子を調べるのに座標軸は１本で事足ります．平面運動をする物体では，位置を確定するのに座標軸は２本いるわけです．空間中をあちらこちらへ運動している場合は，縦・横・高さの位置を指定してやらなければならないので，座標軸は３本必要になります.

さて，今の問いでは物体は曲がって落下し，平面運動をします．そこで水平方向初速度向きに x 軸をとりましょう．それと垂直な鉛直方向に y 軸をとりますが，下に落ちていくので鉛直下向きを正にとることになります.

(手順２)注目している物体の初速度と作用する力をすべて図示する．力を次の２種類に分けて考えると，力が見抜き易い．

① 物体から離れていても作用する力（重力，電気力，磁気力）がないかを検討し，あればそれを図示する．何から何へ作用する力かを常に考えること．

② 次に，物体に接触しているものが何かを考え，その接触物体から作用する力（接触物体からの押したり引いたりする力，垂直抗力，摩擦力，浮力など）を考える．このときもミスを防ぐために，何から何へ作用する力かを常に考えること．

手順にしたがって，今の問題を図示して見ましょう．(手順２)の①の力として，重力があります．（手順２）の②の力を次に考えましょう．物体に触れているものは何でしょうか．投射時と着地時には手や地面が接触し，これらからの力を受けますが，この問いでは投射直後から着地直前までを考えているので，それらの力は考えません．物体には，空気だけが触れています．液体や気体中に物体があるときは，浮力が鉛直上向きの力が作用します．また，空気からの抵抗力を受けるはずです．厳密にはこれらの力も考慮しなければなりませんが，初等物理ではこれらの力は弱いと考えて，無視していきます．以上から，問いでは，物体に作用する力は重力だけです．　初速度は水平方向ですから，下の図のように，すぐ図示できます．

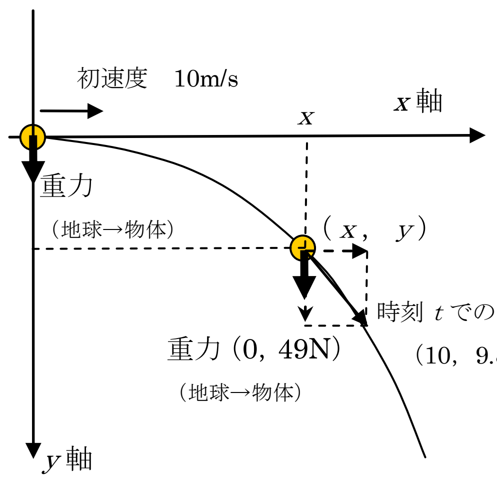
(手順３)　加速度をベクトル$\vec{a}$と仮定して，図を見ながらベクトル方程式で運動方程式 $m\vec{a}=\vec{F}$ 　をたてる．その運動方程式を下式のように，x成分とy成分に分けて表示すると解析がしやすい．　（運動方程式の力は合力であることに注意.）

$$\begin{cases} ma_x = F_x \\ ma_y = F_y \end{cases}$$

数値計算は後にして，まず文字で扱って，ベクトル方程式として運動方程式を立ててみます．（数値を代入して式を変形していくと,複雑な問題になると計算ミスが発見しにくくなりますし，文字式を一番簡単な形にしてから，数値を代入すると計算も楽になります.）

$$m\vec{a}=m\vec{g} \qquad \therefore \quad \vec{a}=\vec{g} \qquad \text{----(1)}$$

ただし，$\vec{g}$は鉛直下向きの重力加速度をベクトルであることを強調して書いたものです．この式を見ると，物体の加速度は重力加速度と同じで鉛直下向きの等加速度運動をしていることが分かります．このように運動方程式から加速度が求まり，どのような運動をしているのかがわかるのです．



さて，もっと運動を詳しく解析するために，(1)式を成分表示にしてみましょう．ベクトル量の x成分，y成分とは，そのベクトルを x方向とy方向に分解したものです.（実は, Q7の（２）の問いで，すでにこのことを行っています.）今の問題では水平方向にx軸，鉛直方向にy軸を取っていますから，重力の x 成分はないので，水平方向のx成分は$mg_x=0$で，鉛直方向のy成分はy軸を鉛直下向きに正の向きを取りましたから，$mg_y=+mg$になります．重力の矢印を

真上から見たものと，真横からみたものをイメージすればわかりやすいかもしれません．以上から，(1)式を成分表示すると次式のようになります．これが答えです．答えの解釈も書いておきます．

答え：

水平方向の加速度　$ma_x = 0$　　$\therefore a_x = 0$ m/s^2

すなわち, 速度変化はないので, 水平方向には初速度 10m/s のまま等速直線運動します.

鉛直方向の加速度　$ma_y = 9.8m$　　$\therefore a_y = 9.8$ m/s^2

すなわち，鉛直方向の運動は等加速度直線運動をしているのです．初速度は水平方向に向いているので x 成分だけを持ち，鉛直方向の成分は 0m/s ですから，初速度 0m/s で重力だけで落下するように見えることを意味しています．このように重力だけで落下する運動を自由落下運動と呼びます．真横から見ると物体は自由落下をしているのです．

(参考)　この FAQ であつかっているベクトル量は，すべて自由に平行移動してもかまわないものばかりです．成分を考えるとき原点にベクトルの始点を平行移動させて考え，ベクトルを座標で表せます．たとえば $\vec{g} = (0, g)$ と見なせばよいのです．右辺はベクトルの矢頭の位置を示しますからベクトルが一意的に表現できます．また，下の例に示すように，複数のベクトルの式は座標成分表示をして，成分ごとに集めて計算できます．詳しくは，数学の線形代数で学習してください．

【例】$m\vec{a} = \vec{f} + \vec{F}$　で　$\vec{a} = (a_x, a_y)$，$\vec{f} = (f_x, f_y)$，$\vec{F} = (F_x, F_y)$　の成分を持つならば，

$$(ma_x, ma_y) = (f_x + F_x, f_y + F_y)$$
$$\therefore ma_x = f_x + F_x, \qquad , ma_y = f_y + F_y$$

（２）と（３）　　問（１）の結果を使えば問（２）と（３）は，一度に解けます．

まず y 方向から考えてみましょう．y 方向は等加速度直線運動の自由落下運動（a ＝9.8 で初速度は 0，添え字 y と単位を省略しました．）をしていますから，Ｑ６の(2),(3),(4)式が成り立ちます．a は 9.8，s は y，初速は 0，時刻は 2 に，それらの式で置けば，鉛直方向の速度や変位の成分が求まります．

x 方向は等速直線運動でした．等速直線運動は加速度が 0 ですから，等加速度直線運動の仲間とみなせます．Ｑ６の(2)，(3)式で a ＝0 とすれば，等速直線運動の公式としてよく知られた次の公式が得られます．　$v = v_0$　---- (2)　　$s = v_0 t$　---- (3)

上の 2 式に初速度を 10m/s，時刻 2s を代入すれば，速度と変位の水平方向の成分がでます．

答え：座標表示で書けば，

（２）　2 秒後の速度は　(10m/s，19.6m/s)　　（３）　2 秒後の変位は (20m，19.6m)

Q10:「質量 m の物体を水平な床の上に置き，次のような力を加えるとき，時間 t の間に水平方向右向きに x だけ変位した．ただし，加えた力が変位となす角を θ とし，大きさを F とする．

（１）　この力のする仕事はいくらか．また，その単位は何か．

（２）　仕事率を求めよ．また，その単位はいくらか．

（３）　F＝10N，t＝10 秒，x＝10m として，次の角度の場合の仕事と仕事率を求めよ．

① θ ＝0°のとき，すなわち水平方向に変位と同じ向きに力をかけたとき．

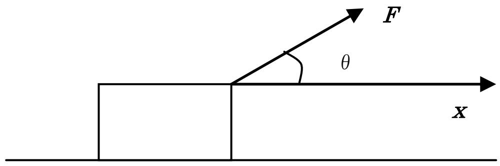
② θ ＝90°のとき，すなわち鉛直上向きに力をかけたとき．

③ θ ＝180°のとき，すなわち水平方向に変位と逆向きに力をかけたとき．」

（アドバイス）

（１） 力 $\boldsymbol{F}$ のする「仕事」W は次のように定義されます．大きさだけのスカラー量です．

$W＝Fx\cos\theta$「J」 ----(1)



単位は力の単位に変位の単位をかけたものですから，1N・m ですがこれを１J と書き，１ジュールと読みます．数学の言葉で言うと，仕事は力（ベクトル）と変位（ベクトル）の内積です．

答え： 上記の四角枠を参照．

（２） 「仕事率」P は仕事 W をする速さのことで，次のように定義されます．

$P=\dfrac{W}{t}=\dfrac{Fx\cos\theta}{t}$「W」 ----(2) t は仕事をするのに要した時間です．

仕事率の単位は定義から，仕事の単位を時間の単位で割ったものですから，１J/s ですが，これをまとめて，1W と書き，１ワットと読みます． 答え： 上記の四角枠を参照．

（３）答え： 問（１），（２）の答えに数値を代入すると，

① W＝10・10・cos0° ＝100[J] ，P＝10 [W]

② W＝10・10・cos90° ＝0[J]， P＝0[W] 変位と垂直になる力は仕事をしないのです．

③ W＝10・10・cos180° ＝－100[J] ，P＝ －10[W] 変位と逆向きに作用する力は負の仕事をするのです．このことを力は仕事をされると表現することもあります．

Q11「（１）（運動エネルギーの変化）＝（物体になされた仕事）という関係が成り立つことを，一定の力が作用して直線運動をする物体の場合について示せ．

（２） 重力による位置エネルギーについて，説明せよ．

（３）弾性力による位置エネルギーについて，説明せよ．」

（アドバイスと答え）

（１） 物体の質量を m，作用する一定の力を F とし，加速度を a とすれば，運動方程式は

$ma＝F$ ----(1) よって，一定の力 F を一定の質量 m で割ったものになりますから，加速度 a も一定になります．すなわち，物体は等加速度直線運動をするのです．したがて，力 F によって s だけ変位したときを考えると，Ｑ６で述べた次式が成立します．

$v^2-v_0^2=2as$ ----(2) ただし，v_0 は初速度，v は s だけ変位したときの速度です．

この(2)式の a に(1)式を代入し，計算すると重要な次式を得ます．

$\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{1}{2}mv_0^2=Fs$ ----(3)

左辺の第１項は s だけ変位したときに物体がもつ「運動エネルギー」と呼ばれる量です．第２

項はそれより昔の運動エネルギーですから，左辺は運動エネルギーの変化量を意味しています．一方右辺は力Fのする仕事ですから，（運動エネルギーの変化）＝（物体になされた仕事）という関係が成り立つことが示されました．この関係を「エネルギー原理」と呼ぶこともあり，重要な関係です．なお，より一般的な場合にも，この関係は成立します．大学物理で学習してください．

「エネルギー」とはこのように，仕事と関係した量で，簡単にいうと『物体の持つ仕事をする能力』のことで，大きさだけを持つスカラー量です．運動物体は他の物体にぶつかると，力を与え動かすことができます．この運動物体がもつ仕事をする能力のことを「運動エネルギー」とよび質量に速さの二乗をかけたものの半分だけの仕事ができます．(この導出は参考書などで勉強してください.）エネルギーの単位は仕事と同じく 1 J です．(3)式の両辺の単位がジュールになることも確かめてみてください．

（２）　高い位置にある物体は落下すると，その直下の物体に衝突すると仕事をしますから，エネルギーを持っています．今，地面を基準にとり，高さhのところにある質量mの物体が重力によって自由落下し，高さ 0 の地面の位置に来る場合を考えましょう．初速度は 0，地面の位置まで落下したときの速度を vとします．重力がする仕事はmghであることに注意して，エネルギー原理(3)式を使うと，

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$　----(4)となります．　この式の意味することは，高さhのところにあった物体がhだけ落下すると，(4)式の左辺で計算できる運動エネルギーを持ち，それは mgh に等しいエネルギーであるということです．運動エネルギーは運動物体の仕事をする能力のことでしたから，高さhの位置にある物体は mgh の仕事をする能力を持っているということになるのです．この重力のする仕事 mgh を「重力による位置エネルギー」と呼んでいます．　以上をまとめると次のようになります．

基準の位置から高さh[m]の位置にある質量m[kg]の物体の位置エネルギーU[J]は $U=mgh$[J]　　である．

（３）　ばねの一端を固定し，他端におもりをつけ，おもりを自然の長さからxだけ変位させた（すなわち，ばねをその長さだけ引き伸ばすか縮めた）場合，自然の長さに戻る向きにばねはおもりに力を及ぼします．この力を，「弾性力」と呼んでいます．フックによれば，弾性力の大きさFはxに比例します．これをフックの法則といい，式で書くと，次のようになります．

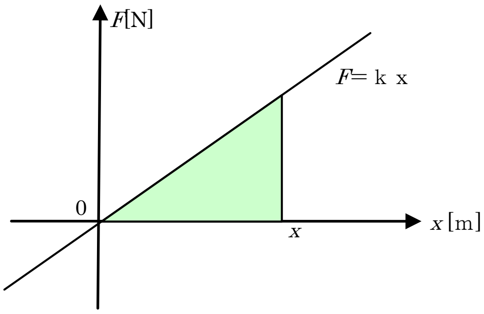
$F= kx$　----(5)　　比例定数kはばねごとに固有の値をとり，ばね定数と呼ばれます．

さて，おもりをxだけ変位させ，手をそっと離した場合を考えましょう．(3)式のエネルギーの原理はこの場合も成立します．初速度は 0 で，自然長(すなわち，$x=0$)のところにきたときの速度を vとすれば，(3)式の左辺は(4)式の左辺と同形になります．ところが，右辺は(5)式のせいで弾性力は運動中に変化しますから，おもりの受ける仕事は，単純に $Fx=kx^2$ とはできません．大学では定積分で簡単にこの仕事を計算するのですが，積分を使わずに求めてみましょう．

まず準備として，一定の力 Fで Fの向きに物体が xだけ変位させるときの仕事 Fxをグラフで表現してみましょう．　縦軸に力 F，横軸に変位xをとると，Fはどの変位でも一定ですから，x軸に平行なグラフになります．このような図を「$F-x$図」と呼んでおきましょう．　$F-x$図の x軸と囲まれる部分の面積はFxになり，仕事になることが分かります．

$F-x$図のx軸と囲まれる面積は仕事をあらわす．

という重要な性質が手に入りました．



(5)式から弾性力の場合のＦ－ｘ図は左図のようになります．この下の部分の面積が弾性力のする仕事になるのです．三角形の面積が求める仕事になり，エネルギー原理の式は次のようになります．

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \quad \text{----(6)}$$

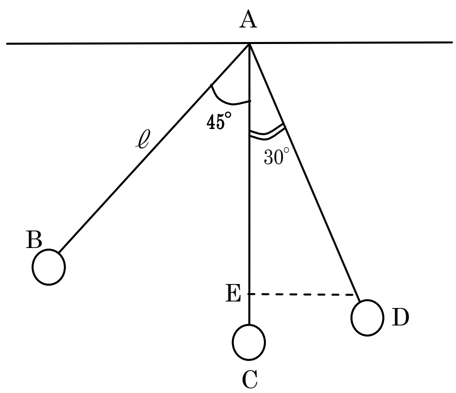
重力による位置エネルギーと同様な解釈をして,「弾性力による位置エネルギー」は次の四角枠内に書いたようになります．位置エネルギーという言葉は x という位置によりエネルギーが決まるからです．弾性力による位置エネルギーは別名,「弾性エネルギー」とよばれることもあります．

自然の長さから x [m]変位したばねの弾性エネルギー U[J]は　$U = \dfrac{1}{2}kx^2$ [J]である．

Ｑ12「図ように，長さℓの糸の一端を広い天井の一点Ａに固定し，他端に質量 m のおもりをつけ，糸をたるませないで，鉛直方向から 45°の角度をなす点Ｂまで持ち上げて,静かに手を離した．　糸が最下点Ｃを通り過ぎ，鉛直方向から 30°の角度になった点Ｄで糸が切れ，おもりは空中に放り出された．おもりの大きさ，糸の重さや空気の影響は考えなくてよい．重力加速度は g とせよ．

（１）D 点でのおもりの位置エネルギーと速さを答えよ．

（２）　空中に放り出された後，おもりは天井にぶつかるか.」



(アドバイス)

（１）D 点から AC に下ろした垂線の足を E としましょう．C 点を高さの基準にとると，D 点の高さは CE，すなわち AC－AE にあたり，図から AE＝ℓcos30°ですから，ℓ（１－cos30°）になります．よって，D 点での位置エネルギー U_D は，$mg\,\ell$（１－cos30°）です．

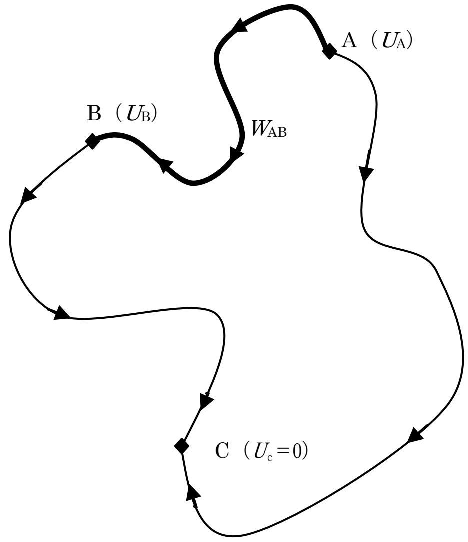
前半の答え：　$\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}m\ g$

(注)問題で単位が書かれていない場合は，答えにも単位は記入する必要はありません．また，物理量が文字で与えられているときは，少数で答える必要はなく，分数や根号などを使って数学の場合と同様の形で答えてください．

速度は,「力学的エネルギー保存の法則」を使えば，簡単に解けます．運動エネルギーと位置エネルギーの和を力学的エネルギーといい,力学的エネルギー保存の法則とは次のようなものです．

力学的エネルギー保存の法則： 物体に作用する力が保存力であるか，あるいは保存力でなくとも速度と垂直な力である場合，力学的エネルギー $E = U + K$ は保存する．

これを簡単に説明します．仕事が経路によらないような力を「保存力」とよびます．位置エネルギーを持つ重力や弾性力は保存力です．それらの力のする仕事である位置エネルギーが，物体の位置だけで決まり，途中の経路にはよらないことから，これらの力が保存力であることが理解できるでしょう．



ここで図のように空間に A,B,C 点をとり，C 点を位置エネルギーの基準点にとります．今，物体を保存力で A 点から C 点まで運ぶ経路として，つぎの 2 経路を考えてみましょう．

（経路１）図の右側の A 点から C 点までの経路

（経路２） 図の左側の A 点から B 点を経由して C 点に至る経路

A,B 各点の位置エネルギーをそれぞれ U_A，U_B と書くことにします．もちろん，C 点を基準に取りましたから，C 点での位置エネルギーは $U_c=0$ です．U_A は保存力が点 A から点 C までにする仕事であり，U_B は点 B から点 C までに保存力がする仕事です．点 A から点 B までに保存力のする仕事を W_{AB} と書いておきましょう．さて，保存力の定義から，考えている 2 つの経路で保存力のする仕事は同じで，次の式が成立しなければなりません．

$U_A = U_B + W_{AB}$ ----(1)　　ここで，エネルギー原理から　$W_{AB} = K_B - K_A$ ----(2)
が成立します．ただし A,B 各点での運動エネルギーをそれぞれ，K_A，K_B としました．　(2)式を(1)式に代入して，整理すれば

$U_A + K_A = U_B + K_B = E$（一定値） ----(3)　　(3)式は物体に作用する力が保存力の場合には，力学的エネルギー保存の法則が成立することを意味しています．

さて，保存力であろうがなかろうが，各瞬間の変位の向きを向く速度と垂直な力は仕事をしませんから，仕事をする能力であるエネルギーを変化させません．したがって，この場合にも，力学的エネルギーは保存します．　以上で，力学的エネルギー保存の法則が確かめられました．

問（1）では，おもりに作用する力は保存力である重力と，速度垂直向きにはたらく糸の張力だけなので，力学的エネルギー保存の法則が成り立っており，(B 点での力学的エネルギー) = (D 点での力学的エネルギー) が成立することから，答えは容易に出ます．

後半の答え：力学的エネルギー保存の法則から，点Dでの速さ V_D は，$v_D = \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})gl}$

（２） C 点からの投射後，作用するのは重力のみですから，やはり力学的エネルギーは保存します．よって，最初の B 点と同じ力学的エネルギーを最高点でも持っています．したがって，天井には，ぶつかりません．さらに，最高点では鉛直方向の速度は 0 ですが，水平方向の速度がありますから，運動エネルギーがあり，それと最高点での位置エネルギーの和が，B 点での位置エネルギーに等しいのですから，投射後の最高点は B 点より低いこともわかります．

答え：　B 点より低く，天井にはぶつからない．